

Universidad Simón Bolívar
Departamento de Matemáticas
Puras y Aplicadas
Septiembre – Diciembre 2002

Nombre: _____

Carnet: _____ Sección: _____

MA-2115—Segundo Parcial, Miércoles 20-11-2002—7:30

1. (8 pts.) Resolver la ecuación diferencial:

$$(y^2 + 1)y'' - 2y(y')^2 = 0$$

Sujeta a las condiciones: $y'(0) = 4$, $y(0) = 1$.

2. (8 pts.) Demostrar que existe una única función $f(x)$ diferenciable en el eje real positivo tal que

$$xf(x) = x + \int_1^x f(t) dt,$$

y hallar dicha función. (Sugerencia: Usar el teorema de Picard).

3. (6 pts.) Hallar las ecuaciones de las trayectorias ortogonales a la familia de curvas

$$x^2 + y^2 = cy, \quad c \in \mathbb{R}$$

y graficar algunas curvas, tanto de la familia como de sus trayectorias ortogonales.

4. (8 pts.) Encontrar la solución general de la ecuación

$$(1 + x^2) \frac{dy}{dx} + xy = (1 + x^2)^{5/2}.$$